

MINICURSO

MÉTODO ESPECTRAL EN ESTRUCTURAS SIMÉTRICAS ESPACIALES CON *CEINCI-LAB*

Dr. Roberto Aguiar

MÉTODO DE SUPERPOSICIÓN MODAL

$$M \ddot{q} + C \dot{q} + K q = Q \quad \longrightarrow \quad \text{Ecuación Acoplada}$$

$$\text{Cambio de variable:} \quad \longrightarrow \quad q = \phi X$$

$$\phi = [\phi^{(1)} \quad \phi^{(2)} \quad \phi^{(3)} \quad \dots \dots \phi^{(n)}] \quad \longrightarrow \quad \text{Matriz Modal}$$

$$M^* \ddot{X} + C^* \dot{X} + K^* X = Q^* \quad \longrightarrow \quad \text{Ecuación Desacoplada}$$

$$M^* = \phi^t M \phi \quad C^* = \phi^t C \phi$$

$$K^* = \phi^t K \phi \quad Q^* = \phi^t Q$$

$$Q = -M b \ddot{U}_g$$

$$Q^* = - \begin{bmatrix} \phi^{(1)t} \\ \phi^{(2)t} \\ \dots \\ \phi^{(n)t} \end{bmatrix} M b \ddot{U}_g$$

$$\begin{bmatrix} \eta & & & \\ & \eta & & \\ & & \dots & \\ & & & \eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \\ \vdots \\ \ddot{X}_n \end{bmatrix} + 2\xi\eta \begin{bmatrix} W_{n1} & & & \\ & W_{n2} & & \\ & & \dots & \\ & & & W_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \vdots \\ \dot{X}_n \end{bmatrix} + \eta \begin{bmatrix} W_{n1}^2 & & & \\ & W_{n2}^2 & & \\ & & \dots & \\ & & & W_{nn}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = -Q^*$$

$$\phi^{(i)t} M \phi^{(i)} = \eta \quad \longrightarrow \quad \text{MATLAB } \eta = 1$$

Ecuación diferencial genérica desacoplada:

$$\eta \ddot{x}_i + 2 \xi \eta W_{ni} \dot{x}_i + \eta W_{ni}^2 x_i = -\phi^{(i)t} M b \ddot{U}_g$$

Divide para η :

$$\ddot{x}_i + 2 \xi W_{ni} \dot{x}_i + W_{ni}^2 x_i = -\frac{\phi^{(i)t} M b}{\phi^{(i)t} M \phi^{(i)}} \ddot{U}_g$$

FACTOR DE PARTICIPACIÓN MODAL

$$\Gamma_i = \frac{\phi^{(i)t} M b}{\eta} = \frac{\phi^{(i)t} M b}{\phi^{(i)t} M \phi^{(i)}}$$

La ecuación diferencial queda:

$$\ddot{x}_i + 2 \xi W_{ni} \dot{x}_i + W_{ni}^2 x_i = \Gamma_i \ddot{U}_g$$

En el Cap. 1 se estudio la siguiente formula:

$$\ddot{x}_i + 2 \xi W_{ni} \dot{x}_i + W_{ni}^2 x_i = -\ddot{U}_g$$

$$Psd \approx \left(\frac{T_i}{2\pi} \right)^2 Sa$$

$$x_i = \left[\frac{T_i}{2\pi} \right]^2 A_{di} \Gamma_i$$

La respuesta en coordenadas q:

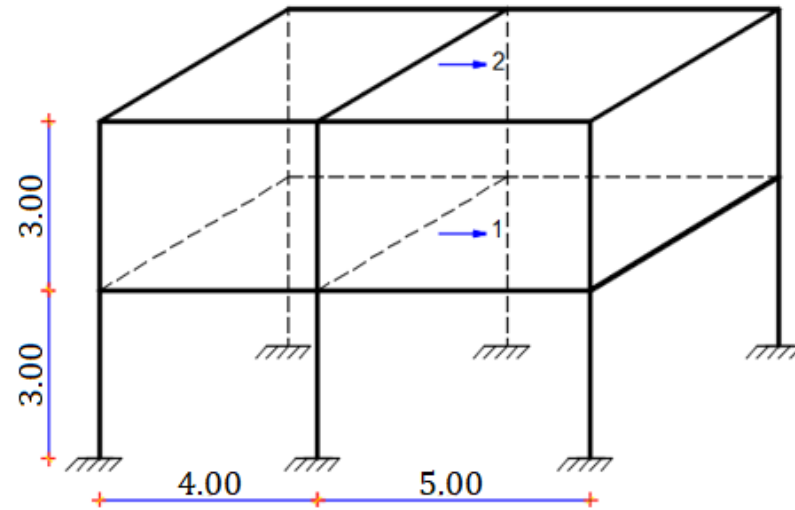
$$q = \phi X$$

$$q^{(i)} = \left(\frac{T_i}{2\pi} \right)^2 A_{di} \Gamma_i \phi^{(i)}$$



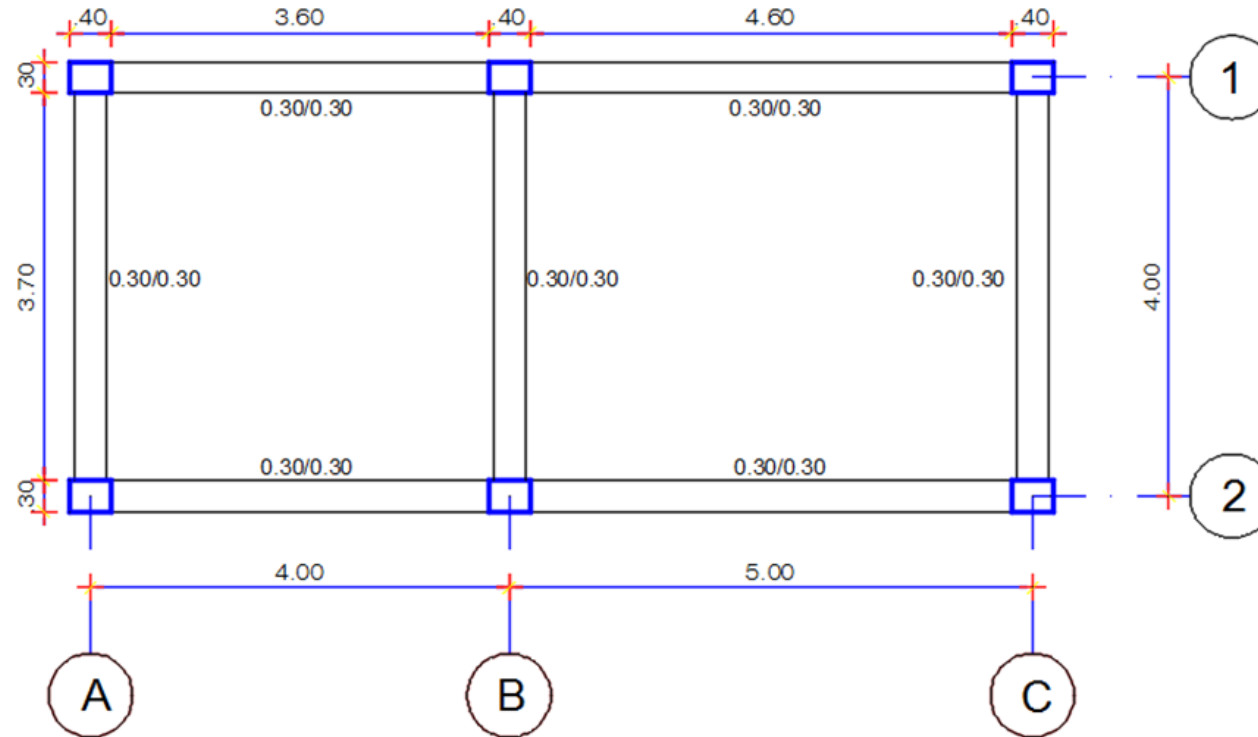
Desplazamientos en cada modo

ANÁLISIS SÍSMICO CON UN GRADO DE LIBERTAD POR PISO

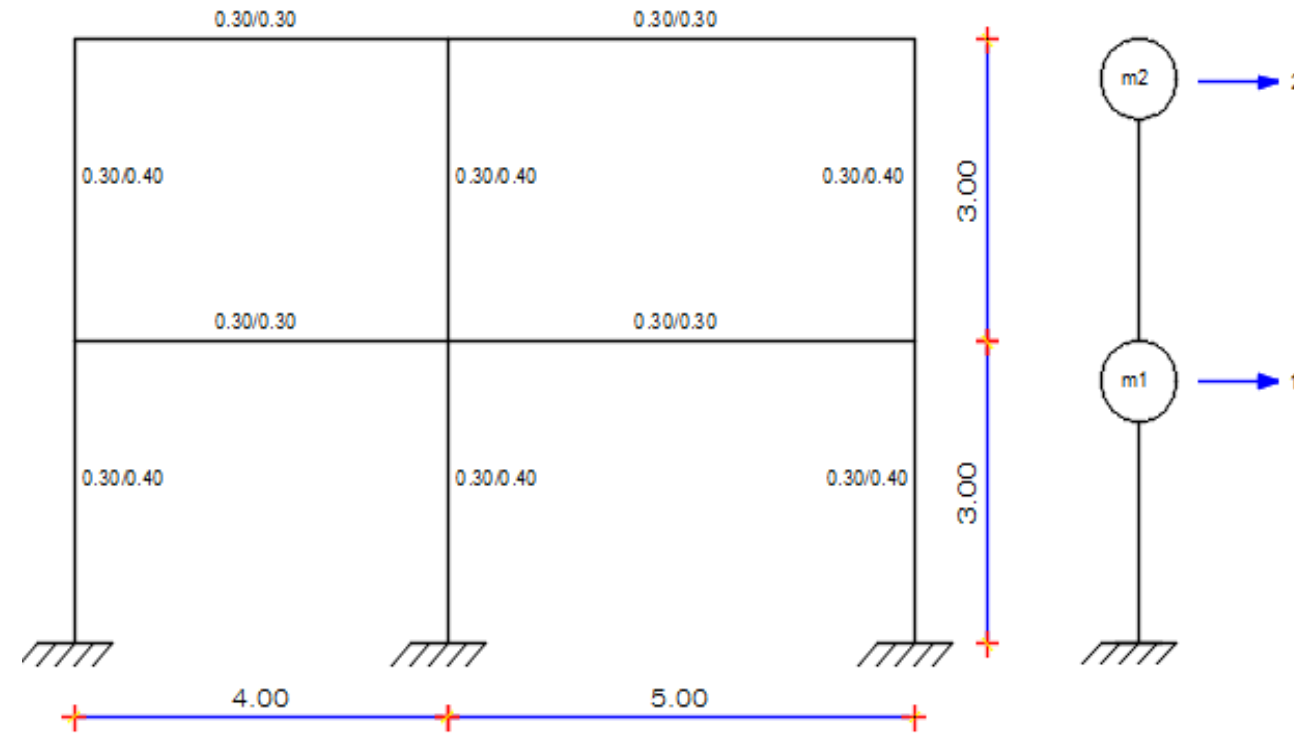


EJERCICIO

Realizar un análisis modal espectral, considerando un grado de libertad por planta en el sentido longitudinal, para una estructura de 2 pisos que tiene dos vanos, cuya distribución en planta es la indicada en la figura. La altura de cada entrepiso es de 3.0 m; todas las columnas son de 30/40 cm y las vigas de 30/30 cm. Las cargas verticales que gravitan son de 600 kg/m² para la carga muerta y 200 kg/m² para la carga viva, es una construcción destinada a vivienda. La acción sísmica está definida por el espectro de la componente E-W, obtenido en la ciudad de Manta del terremoto del 16 de abril de 2016, que tuvo una magnitud de 7.8 ($f'c = 240 \text{ kg/cm}^2$). La estructura se halla ubicada en la ciudad de Manta en un perfil de suelo tipo C (Perfil en que se obtuvo el espectro de Manta) y calcular para un factor $R=3$.



PÓRTICO 1 y 2



$$K_L^{(1)} = \begin{bmatrix} 7013.4 & -2762.7 \\ -2762.7 & 1772 \end{bmatrix}$$

$$K_{xx} = 2 * \begin{bmatrix} 7013.4 & -2762.7 \\ -2762.7 & 1772 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14027 & -5525 \\ -5525 & 3544 \end{bmatrix}$$

MATRIZ DE MASAS

$$W_D = 0.6 \frac{T}{m^2} * 36m^2 = \mathbf{21.6 \text{ T}}$$

$$W_L = 0.25 * 0.2 \frac{T}{m^2} * 36m^2 = \mathbf{1.80 \text{ T}}$$

$$m_1 = m_2 = \frac{21.6 + 1.8}{9.8} = \mathbf{2.3878 \frac{Ts^2}{m}}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.3878 & 0.0 \\ 0.0 & 2.3878 \end{bmatrix}$$

VALORES Y VECTORES PROPIOS

$$\lambda_1 = 489.8$$

$$\lambda_2 = 6868.90$$

$$\phi^{(1)} = \begin{bmatrix} -0.2555 \\ -0.5946 \end{bmatrix}$$

$$\phi^{(2)} = \begin{bmatrix} -0.5946 \\ 0.2555 \end{bmatrix}$$

PROPIEDADES DINÁMICAS

$$W_{ni} = \sqrt{\lambda_i}$$

$$W_{n1} = \sqrt{489.8} = 22.1309 \frac{1}{s}$$

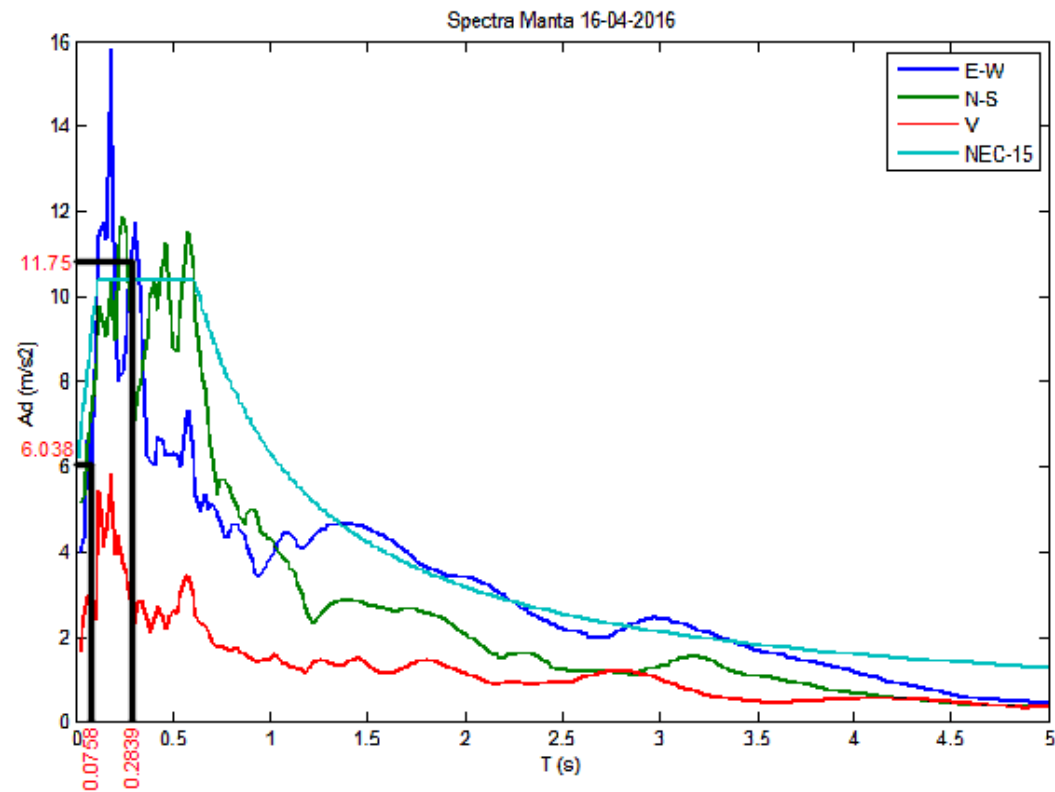
$$W_{n2} = \sqrt{6868.90} = 82.8790 \frac{1}{s}$$

$$T_i = \frac{2\pi}{W_{ni}}$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{22.1309} = 0.2839 s$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{82.8790} = 0.0758 s$$

Con los periodos se entra en el espectro de Manta del Terremoto del 16 de abril de 2016



ACELERACIONES ESPECTRALES

$$Ad_i = \frac{Ad_i}{R}$$

$$R = R_\mu R_r R_s$$

$$Ad_1 = \frac{11.75}{3}$$

$$Ad_2 = \frac{6.038}{3}$$

$$Ad_1 = 3.9193 \frac{m}{s}$$

$$Ad_2 = 2.0129 \frac{m}{s}$$

FACTORES DE PARTICIPACIÓN MODAL

$$\Gamma_i = \frac{\phi^{(i)t} M b}{\phi^{(i)t} M \phi^{(i)}}$$

El vector de incidencia:

$$b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_1 = \frac{[-0.2555 \quad -0.5946] \begin{bmatrix} 2.3878 & 0 \\ 0 & 2.3878 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}}{[-0.2555 \quad 0.5946] \begin{bmatrix} 2.3878 & 0 \\ 0 & 2.3878 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.2555 \\ -0.5946 \end{bmatrix}} = \left| \frac{-2.0299}{1} \right| = \mathbf{2.0299}$$

$$\Gamma_2 = \frac{[-0.5946 \quad 0.2555] \begin{bmatrix} 2.3878 & 0 \\ 0 & 2.3878 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}}{[-0.5946 \quad 0.2555] \begin{bmatrix} 2.3878 & 0 \\ 0 & 2.3878 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.5946 \\ 0.2555 \end{bmatrix}} = \left| \frac{-0.8097}{1} \right| = \mathbf{0.8097}$$

Únicamente para el método espectral el factor de participación modal es valor absoluto

DESPLAZAMIENTOS

$$\mathbf{q}^{(i)} = \left(\frac{T_i}{2 \pi} \right)^2 A_{di} \Gamma_i \phi^{(i)}$$

$$\mathbf{q}_1 = \left(\frac{0.2839}{2 \pi} \right)^2 * 3.9193 * 2.0299 * \begin{bmatrix} -0.2555 \\ -0.5946 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0042 \\ -0.0097 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{q}_2 = \left(\frac{0.0758}{2 \pi} \right)^2 * 2.0129 * 0.8097 * \begin{bmatrix} -0.5946 \\ 0.2555 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0001411 \\ 0.0000606 \end{bmatrix}$$

CRITERIO DE COMBINACIÓN MODAL - SRSS

$$r = \sqrt{\sum_{i=1}^n (r_i)^2}$$

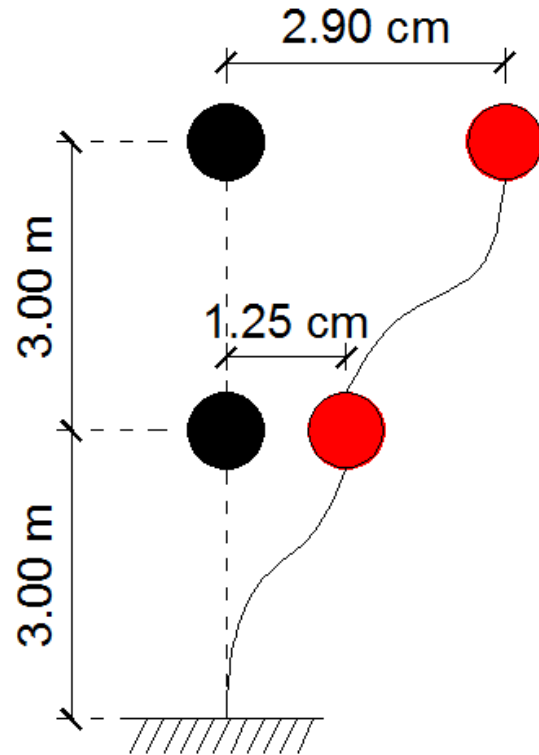
$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \sqrt{(-0.0042)^2 + (-0.0001411)^2} \\ \sqrt{(-0.0097)^2 + (0.0000606)^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0042 \\ 0.0097 \end{bmatrix}$$

DESPLAZAMIENTOS INELÁSTICOS

$$q_{line} = R q$$

$$q_{line} = 3 * \begin{bmatrix} 0.0042 \\ 0.0097 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0125 \\ 0.0290 \end{bmatrix} m.$$

DERIVAS



$$\gamma_i = \frac{q_i - q_{i-1}}{h_{piso}}$$

$$\gamma_1 = \frac{1.25\text{cm}}{300\text{cm}} = \mathbf{0.417\%}$$

$$\gamma_2 = \frac{(2.90 - 1.25)\text{cm}}{300\text{cm}} = \mathbf{0.55\%}$$

La deriva de piso γ es el mayor valor, que en este caso es **0.55 %**, valor que es menor al **2%** estipulado por el NEC-15.

SOLUCIÓN CON CEINCI-LAB

EJEMPLO:

Cálculo la Matriz de Rigidez Lateral, considerando un GDL por planta en el sentido longitudinal, para una estructura de 2 pisos que tiene dos vanos, cuya distribución en planta es la indicada en la figura 1. La altura de cada entrepiso es de 3.0 m; todas las columnas son de 30/40 cm y las vigas de 30/30 cm, con un hormigón de $f'_c = 240 \text{ kg/cm}^2$ y el módulo de elasticidad se halla con $E = 15000\sqrt{f'_c} \left(\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}\right)$; en la figura 2, se indica la geometría del pórtico

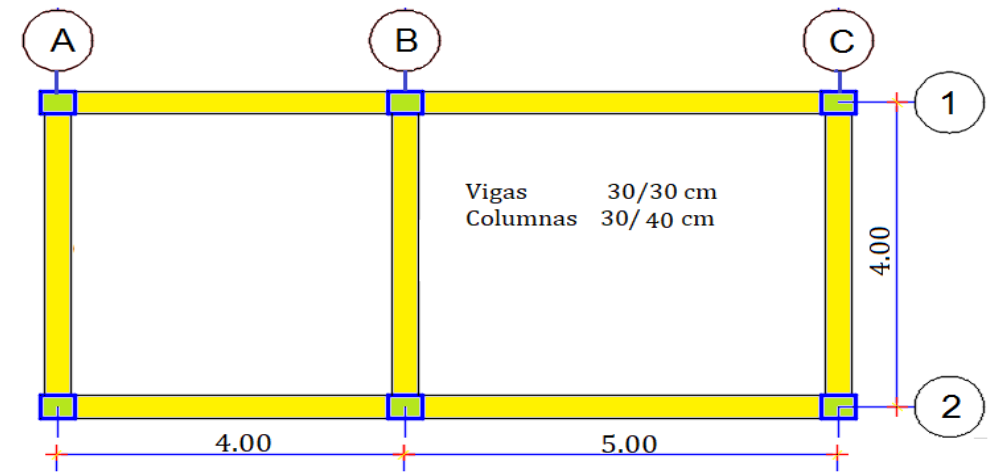


Figura 1 Distribución en planta de estructura de dos pisos

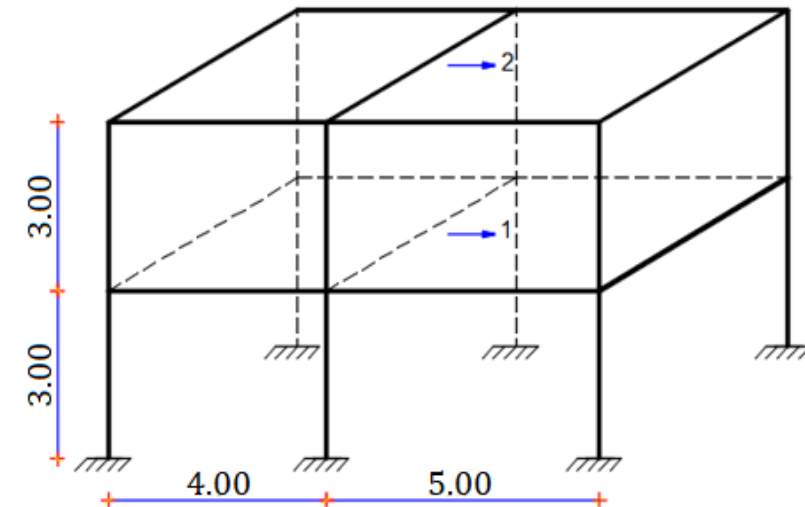


Figura 2 Análisis Espacial considerando un GDL por piso

CÓDIGO

Geometría de la estructura 3D

```
% Dr. Roberto Aguiar
% 23 de Julio de 2019
clear;clc
%% Geometría del pórtico
sv = [4.0;5.0]; %Vector con la logitud de vanos en (metros)
sp = [3.0;3.0]; %Vector con la altura de pisos en (metros)
CoordY= [0.0;4.0]; %Vector con las coordenadas de los pórticos en direccion Y
%% Propiedades del material
```

Propiedades del material

```
fc = 240; % La resistencia a la compresión del hormigón f'c (kg/cm2)
E = 150000*sqrt(fc); % Calcula el modulo de elasticidad del hotmigón (T/m2)
```

Secciones de los pórticos
elementos: vigas y columnas

```
%% Secciones de los elementos en cada pórtico
Port1=[1 0.30 0.40 5 1;
       7 0.30 0.30 7 1]; % Secciones del Portico 1
VgXZ1=[1 0.30 0.30 5 1];% Vigas XZ del piso 1, es igual para Piso 2
```

Matriz con todas las secciones
ingresadas por pórtico en XZ y vigas
por niveles

```
Secciones=[Port1; % Secciones del portico 1
            Port1; % Secciones del portico 2
            VgXZ1; % Vigas del piso 1
            VgXZ1]; % Vigas del piso 2
% Colocar secciones desde el pórtico 1 en XZ hasta el n y luego las vigas en
% sentido XZ de cada piso desde el 1 hasta el m
```

Emplear las sub rutinas para determinar la geometría del pórtico XY y YZ

Datos para generar la estructura en 3D

Dibujar la estructura 3D

Generar elementos de una estructura en 3D

```
%% Emplear las subrutinas para determinar la geometría del pórtico XY y YZ
[nv,np,nudt,nudcol,nudvg,nod,nr]=geometria_nudo_viga(sv,sp); %Programa solo
para porticos regulares en los cuales % se desea considerar un nudo en el centro
de cada una de las vigas, sirve para poder incluir diagonales
[X,Y]=glinea_portico2(nv,np,sv,sp,nod,nr); %Programa para generar las
coordenadas de los nudos
[NI,NJ]=gn_portico2(nr, nv, nudt, nudcol, nudvg); % Programa para generar el
Nudo inicial y final de los elementos

%% Porticos 3D
[X,Y,Z,nvgY,nportz,nodA]=glinea_portico3D(CoordY,nr,np,nv,sp,nod,X,Y); %
Programa para generar las coordenadas de los nudos

[NI,NJ]=gn_portico3D(nudcol,nudvg,nvgY,nportz,nod,nudt,nodA,NI,NJ); %Programa
para generar el Nudo inicial y final de los elementos

[nnud,nelem,nudtY,nudvgYZ,nudcolYZ,nodY,numPortX,numPortY]=geometria_nudo_v
igaYZ(nportz,nr,np,nudt,nvgY,X); % Programa solo para porticos regulares
determina datos para KL en análisis 3D

%% Dibujar el modelo
figure(1)
dibujo3D(X,Y,Z,NI,NJ); % Programa para dibujar una estructura tridimensional

%% Secciones
[ELEMX,ELEMY]=gelem_portico3D(Secciones,numPortX,numPortY,np,nudt,nudvgYZ,n
udcol,nelem);
KLX=zeros(np,np);
KLY=zeros(np,np);
```


ANÁLISIS ESPACIAL

Condensación

Reporte de KL del
portico 1 y de la KXX

```
for i=1:numPortX

    % Datos para calcular la matriz de rigidez lateral "x" en cada paso
    [ngli,ELEMXi,Li,senoi,cosenoi,VCi]=Datos_KLx_3D(i,NI,NJ,nudt,nod,nr,ELEMx,X,Z);%PA
    RRA SACAR LA KL ESTE PREPARA LOS DATOS %%QUE HACEN
    % Contribucion de elementos de hormigon
    [K]=krigidez(ngli,ELEMXi,Li,senoi,cosenoi,VCi,E);

    % Condensacion de K
    na=np; %#gdl por planta, considerar na=np
    kaa=K(1:na,1:na);
    kab=K(1:na,na+1:ngli);
    kba=kab';
    kbb=K(na+1:ngli,na+1:ngli);
    % Segunda forma de calculo con un sistema de ecuaciones
    T=-kbb\kba;
    KL=kaa+kab*T;
    %Primera forma de calculo con inversa de la matriz
    %KL=kaa-kab*inv(kbb)*kba
    KLXi((i-1)*np+1:i*np,:)=KL; %Almacena las matrices de rigidez de los pórticos en X
    KLX=KLX+KL; %Sumar la matriz de rigidez de pórticos en X

end

disp('Matriz de rigidez lateral del Portico 1')
KL_1=KL
disp('Matriz de rigidez lateral final en sentido X')
KLX % Matriz de rigidez lateral del pórtico en X
```

RESPUESTAS



Command Window

Aparentemente es correcto el ingreso de datos de secciones

Matriz de rigidez lateral del Portico 1

KL_1 =

$$\begin{bmatrix} 7013.4 & -2762.7 \\ -2762.7 & 1772 \end{bmatrix}$$

Matriz de rigidez lateral final en sentido X

KLX =

$$\begin{bmatrix} 14027 & -5525.5 \\ -5525.5 & 3544.1 \end{bmatrix}$$

Criterios de combinación modal

- En el Método de Superposición Modal, se hallan las respuestas en cada modo de vibración y para encontrar la respuesta resultante, se debe aplicar un criterio de combinación modal, existen varios autores.

- Criterio del Máximo Valor Probable (SRSS)

$$r = \sqrt{\sum_{i=1}^N (r_i)^2}$$

- Criterio de la Doble Suma

$$r^2 = \sum_{i=1}^N (r_i)^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{r_i * r_j}{1 + \varepsilon_{ij}^2}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\sqrt{1 - \xi}}{\xi} * \frac{Wn_i - Wn_j}{Wn_i + Wn_j}$$

Criterios de combinación modal

- **Criterio de la combinación cuadrática completa (CQC)**

(Criterio usado en la programación de **CEINCI-LAB**)

$$r^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \rho_{ij} * r_i * r_j$$

$$\rho_{ij} = \frac{8 * \xi^2 * (1 + a) * a^{1,5}}{(1 - a^2)^2 + 4 * \xi^2 * a * (1 + a)^2} \quad a = \frac{W_{nj}}{W_{ni}}$$

$$\rho_{ij} = \frac{8 * \sqrt{\xi_i * \xi_j} * (\xi_i + a * \xi_j) * a^{1,5}}{(1 - a^2)^2 + 4 * \xi_i * \xi_j * a * (1 + a)^2 + 4 * (\xi_i^2 + \xi_j^2) * a^2}$$

Ejemplo

Sabiendo que $q_1 = \begin{bmatrix} -0,0042 \\ -0,0097 \end{bmatrix} \text{ m}$ y $q_2 = \begin{bmatrix} -0,0001411 \\ 0,0000606 \end{bmatrix} \text{ m}$

$$Wn_1 = 22,1309 \frac{1}{s}; \quad Wn_2 = 82,8790 \frac{1}{s}$$

- Criterio del Valor Máximo Probable

$$q = \begin{bmatrix} \sqrt{(-0,0042)^2 + (-0,0001411)^2} \\ \sqrt{(-0,0097)^2 + (0,0000606)^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0042 \\ 0,0097 \end{bmatrix} \text{ m}$$

Ejemplo

- Criterio de la doble suma (factor de amortiguamiento=5%)

$$q^2 = \sum_{i=1}^N (q_i)^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{q_i * q_j}{1 + \varepsilon_{ij}^2} = \begin{bmatrix} q_1^2 + q_2^2 + \frac{q_1^2}{1 + \varepsilon_{11}^2} + \frac{q_1 * q_2}{1 + \varepsilon_{12}^2} + \frac{q_2 * q_1}{1 + \varepsilon_{21}^2} + \frac{q_2^2}{1 + \varepsilon_{22}^2} \\ q_1^2 + q_2^2 + \frac{q_1^2}{1 + \varepsilon_{11}^2} + \frac{q_1 * q_2}{1 + \varepsilon_{12}^2} + \frac{q_2 * q_1}{1 + \varepsilon_{21}^2} + \frac{q_2^2}{1 + \varepsilon_{22}^2} \end{bmatrix}$$

Donde $\varepsilon_{11} = 0$; $\varepsilon_{22} = 0$

$$\varepsilon_{12} = \frac{\sqrt{1-\xi}}{\xi} * \frac{Wn_1 - Wn_2}{Wn_1 + Wn_2} = \frac{\sqrt{1-0,05}}{0,05} * \frac{22,1309 - 82,8790}{22,1309 + 82,8790} = -11,856$$

$$\varepsilon_{21} = \frac{\sqrt{1-\xi}}{\xi} * \frac{Wn_2 - Wn_1}{Wn_2 + Wn_1} = \frac{\sqrt{1-0,05}}{0,05} * \frac{82,8790 - 22,1309}{82,8790 + 22,1309} = 11,856$$

$$\begin{bmatrix} 2 * (-0,0042)^2 + 2 * (-0,0001411)^2 + \frac{(-0,0042) * (-0,0001411)}{1 + (-11,856)^2} + \frac{(-0,0001411) * (-0,0042)}{1 + (11,856)^2} \\ 2 * (-0,0097)^2 + 2 * (0,0000606)^2 + \frac{(-0,0097) * (0,0000606)}{1 + (-11,856)^2} + \frac{(0,0000606) * (-0,0097)}{1 + (11,856)^2} \end{bmatrix}$$

Obteniéndose como resultado:

$$q^2 = \begin{bmatrix} 3,5328 * 10^{-5} \\ 1,8818 * 10^{-4} \end{bmatrix} \rightarrow q = \begin{bmatrix} 0,005944 \\ 0,013718 \end{bmatrix} m$$

A comparación del método de valores máximos probables, tienen un variación considerable entre ambos.

Fuerzas Máximas Modales

$$Q^{(i)} = K * q^{(i)} \quad \textbf{Siendo} \quad q^{(i)} = \Gamma_i * Ad_i * \left(\frac{T_i}{2 * \pi} \right)^2 * \phi^{(i)}$$

$$Q^{(i)} = \Gamma_i * Ad_i * \left(\frac{T_i}{2 * \pi} \right)^2 * K * \phi^{(i)}$$

$$(K - \lambda * M) * \phi = 0 \quad \rightarrow \quad K * \phi = \lambda * M * \phi$$

$$Q^{(i)} = \Gamma_i * Ad_i * \left(\frac{T_i}{2 * \pi} \right)^2 * \lambda * M * \phi^{(i)}$$

$$\textbf{Si} \quad Wn = \sqrt{\lambda_i} \quad \rightarrow \quad Wn_i^2 = \lambda_i = \left(\frac{2 * \pi}{T_i} \right)^2$$

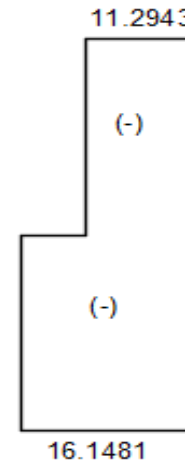
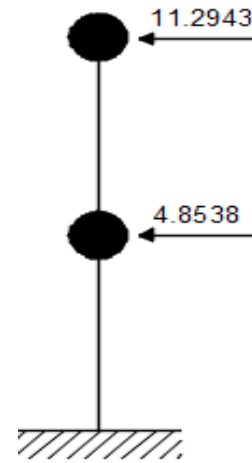
$$Q^{(i)} = \Gamma_i * Ad_i * \left(\frac{T_i}{2 * \pi} \right)^2 * \left(\frac{2 * \pi}{T_i} \right)^2 * M * \phi^{(i)} = \Gamma_i * Ad_i * M * \phi^{(i)}$$

Criterio de combinación en cortante

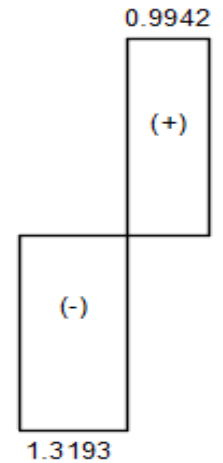
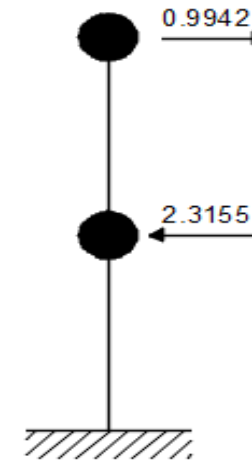
$$P^{(i)} = \Gamma_i * Ad_i * M * \phi^{(i)}$$

$$P^{(1)} = \begin{bmatrix} -4,8538 \\ -11,2943 \end{bmatrix}$$

$$P^{(2)} = \begin{bmatrix} -2,3135 \\ 0,9942 \end{bmatrix}$$



PRIMER MODO



SEGUNDO MODO

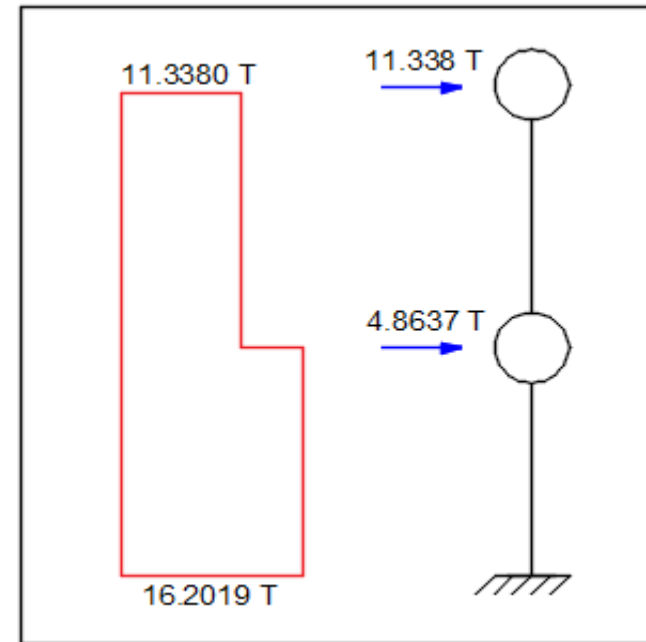
Se aplica el criterio a las cortantes, obteniéndose el valor de las fuerzas

$$V_1 = \begin{bmatrix} -4,8538 - 11,2943 \\ -11,2943 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -16,1481 \\ -11,2943 \end{bmatrix}$$

$$V_2 = \begin{bmatrix} -2,3155 + 0,9942 \\ 0,9942 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,3193 \\ 0,9942 \end{bmatrix}$$



$$V_T = \begin{bmatrix} \sqrt{(-16,1481)^2 + (-1,3193)^2} \\ \sqrt{(-11,2943)^2 + (0,9942)^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16,2019 \\ 11,3380 \end{bmatrix}$$



Ejemplo

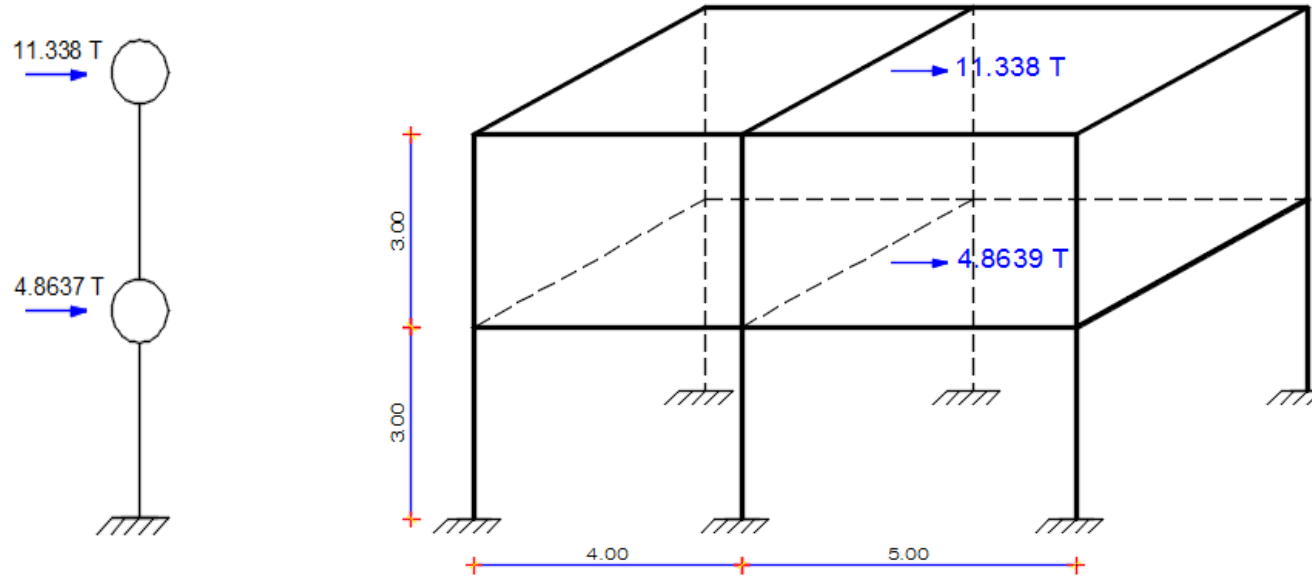
Sabiendo que $P^{(1)} = \begin{bmatrix} -4,8538 \\ -11,2943 \end{bmatrix}^T$ y $P^{(2)} = \begin{bmatrix} -2,3135 \\ -0,9942 \end{bmatrix}^T$

Criterio de combinación $P = \sqrt{\sum_{i=1}^N (P_i)^2}$

$$P = \begin{bmatrix} \sqrt{(-4,8538)^2 + (-2,3135)^2} \\ \sqrt{(-11,2943)^2 + (-0,9942)^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.377 \\ 11.338 \end{bmatrix}^T$$

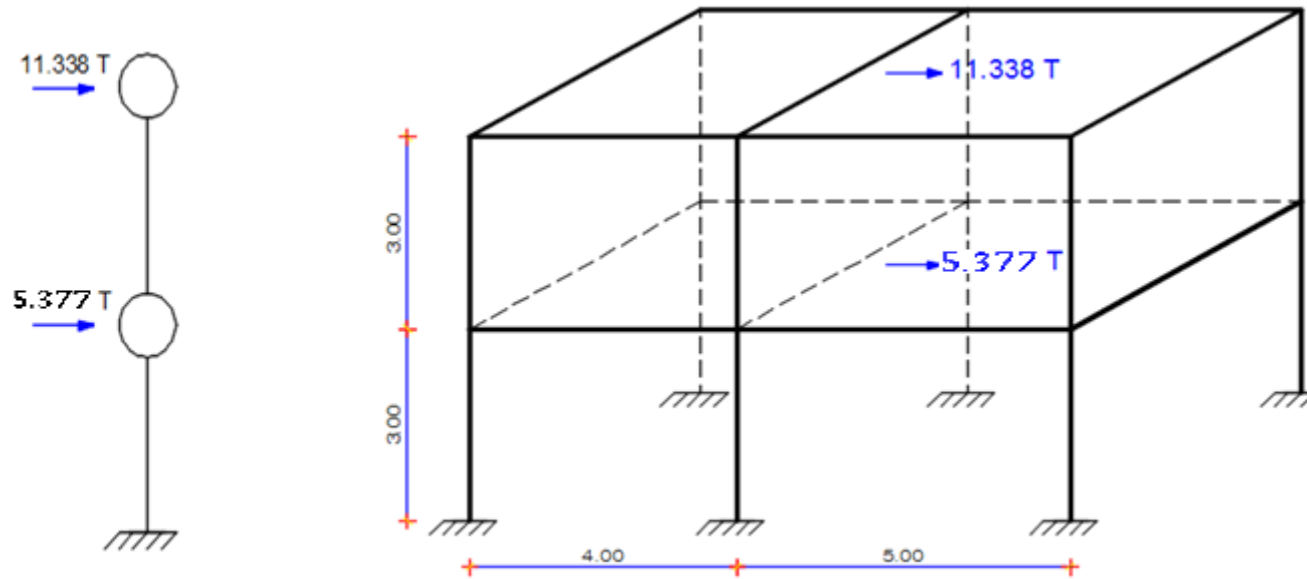
Comparación criterio cortante y directo

Criterio de
cortantes



Se puede concluir que los valores de las fuerzas para ambos criterios son muy cercanos o casi idénticos

Criterio de
combinación
directa



```
% Realizar un análisis modal espectral, considerando un grado de libertad
% por planta en el sentido longitudinal, para una estructura de 2 pisos que
% tiene dos vanos. La altura de cada entrepiso es de 3.0 m; todas las
% columnas son de 30/40 cm y las vigas de 30/30 cm, el hormigón de  $f'c=240$  kg/cm2
% y el módulo de elasticidad se halla con  $E=150000 \sqrt{f'c}$  (kg/cm2).
```

```
%
%
% Dr. Roberto Aguiar
% 23 de Julio de 2019
```

```
clear;clc
```

```
%% Geometría del pórtico
```

```
sv = [4.0;5.0]; %Ingresar un vector con la longitud de vanos en (metros)
```

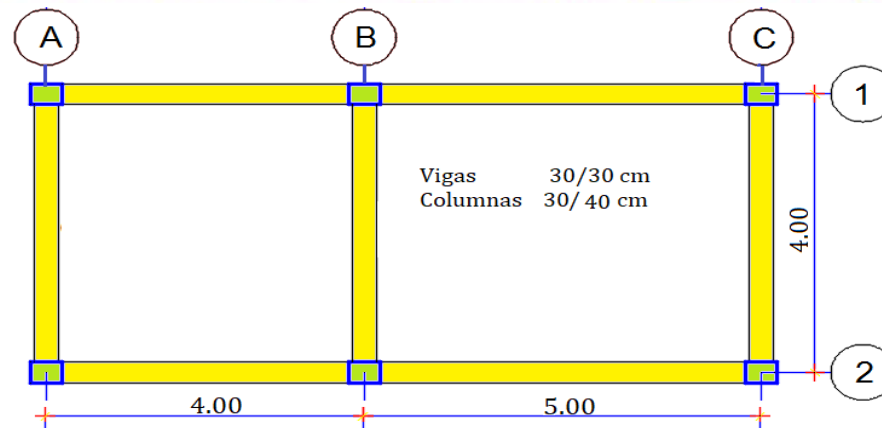
```
sp = [3.0;3.0]; %Ingresar un vector con la altura de pisos en (metros)
```

```
CoordY= [0.0;4.0]; %Ingresar un vector con las coordenadas de los pórticos en direccion Y (metros)
```

```
%% Propiedades del material
```

```
fc = 240; % La resistencia a la compresión del hormigón  $f'c$  (kg/cm2)
```

```
E = 150000*sqrt(fc); % Calcula el modulo de elasticidad del hormigón (T/m2)
```



PROGRAMA

Ej_UTM_1.m

```
%% Secciones de los elementos en cada pórtico
```

```
Port1=[1 0.30 0.40 5 1;
```

```
7 0.30 0.30 7 1]; % Secciones del Portico 1
```

```
VgXZ1=[1 0.30 0.30 5 1];% Vigas XZ del piso 1, es igual para Piso 2
```

```
Secciones=[Port1; % Secciones del portico 1
```

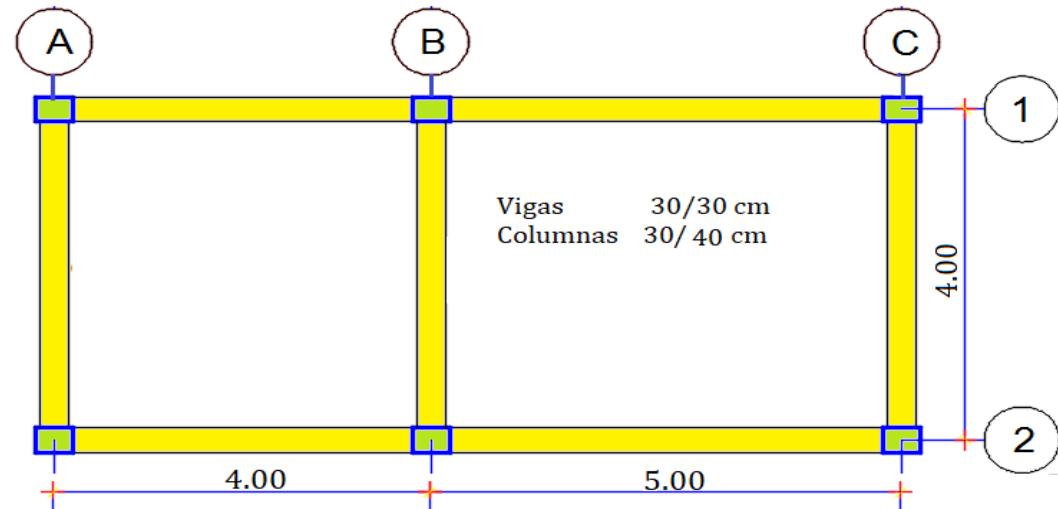
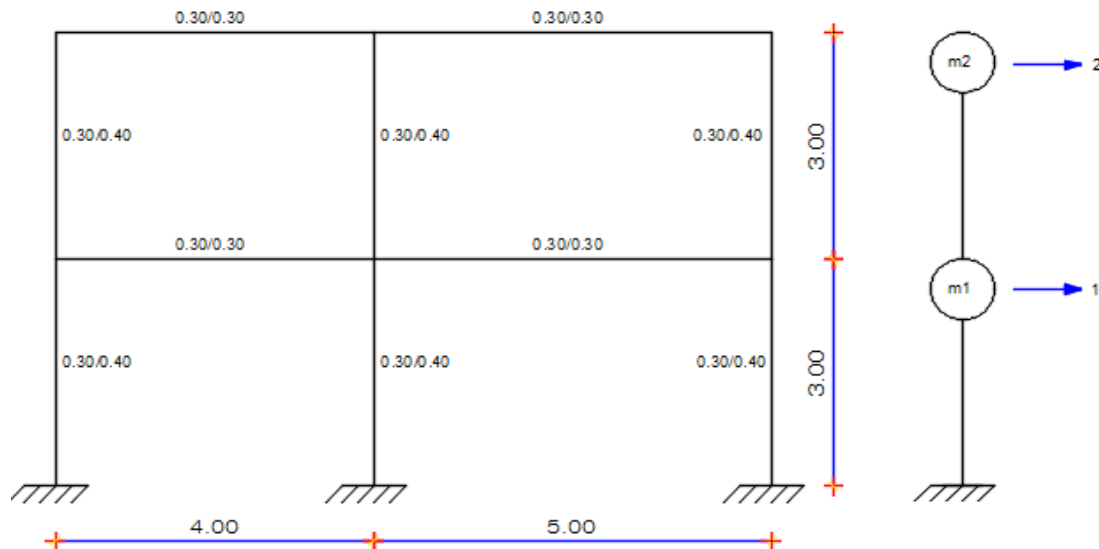
```
Port1; % Secciones del portico 2
```

```
VgXZ1; % Vigas del piso 1
```

```
VgXZ1]; % Vigas del piso 2
```

```
% Colocar secciones desde el pórtico 1 en XZ hasta el n y luego las vigas en
```

```
% sentido XZ de cada piso desde el 1 hasta el m
```



```

%% Emplear las subrutinas para determinar la geometría del pórtico XY y YZ
[nv,np,nudt,nudcol,nudvg,nod,nr]=geometria_nudo_viga(sv,sp);
[X,Y]=glinea_portico2(nv,np,sv,sp,nod,nr);
[NI,NJ]=gn_portico2(nr, nv, nudt, nudcol, nudvg);
%dibujo(X,Y,NI,NJ)  % Dibujo del portico 1

```

```

%% Porticos 3D

```

```

[X,Y,Z,nvgY,nportz,nodA]=glinea_portico3D(CoordY,nr,np,nv,sp,nod,X,Y);
[NI,NJ]=gn_portico3D(nudcol,nudvg,nvgY,nportz,nod,nudt,nodA,NI,NJ);
[nnud,nelem,nudtY,nudvgYZ,nudcolYZ,nodY,numPortX,numPortY]=geometria_nudo_vigaYZ(nportz,nr,np,nudt,nvgY,X

```

```

%% Dibujar el modelo

```

```

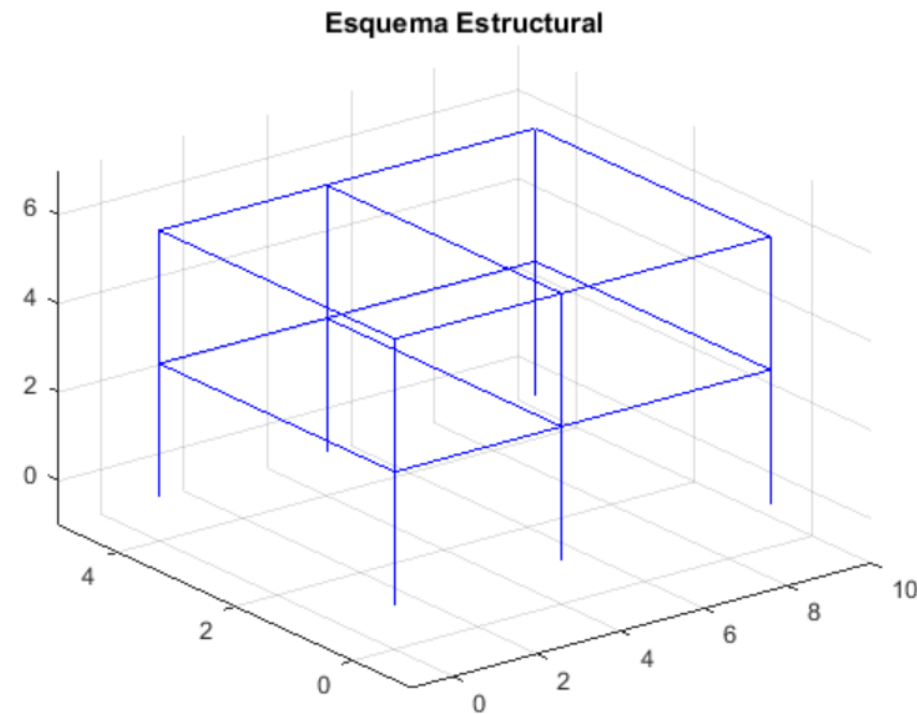
figure(1)

```

```

dibujo3D(X,Y,Z,NI,NJ);

```




```

%% Secciones
[ELEMX,ELEMY]=gelem_portico3D(Secciones,numPortX,numPortY,np,nudt,nudvgYZ,nudcol,nelem);
KLX=zeros(np,np);
KLY=zeros(np,np);
%break

%% Matriz de Rigidez Lateral en sentido X
for i=1:numPortX
    % Datos para calcular la matriz de rigidez lateral "x" en cada paso
    [ngli,ELEMXi,Li,senoi,cosenoi,VCi]=Datos_KLx_3D(i,NI,NJ,nudt,nod,nr,ELEMX,X,Z); %PARRA SACAR
    % Contribucion de elementos de hormigon
    [K]=krigidez(ngli,ELEMXi,Li,senoi,cosenoi,VCi,E);

    % Condensacion de K
    na=np; % #gdl por planta, considerar na=np
    kaa=K(1:na,1:na); kab=K(1:na,na+1:ngli);
    kba=kab'; kbb=K(na+1:ngli,na+1:ngli);
    % Segunda forma de calculo con un sistema de ecuaciones
    T=-kbb\kba; KL=kaa+kab*T;
    KLXi((i-1)*np+1:i*np,:)=KL; %Almacena las matrices de rigidez de los pórticos en X
    KLX=KLX+KL; %Sumar la matriz de rigidez de pórticos en X
end

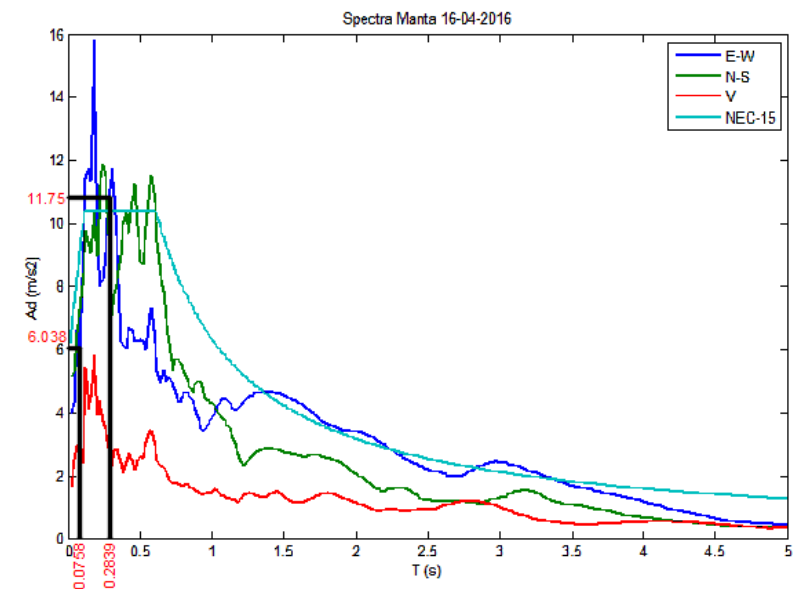
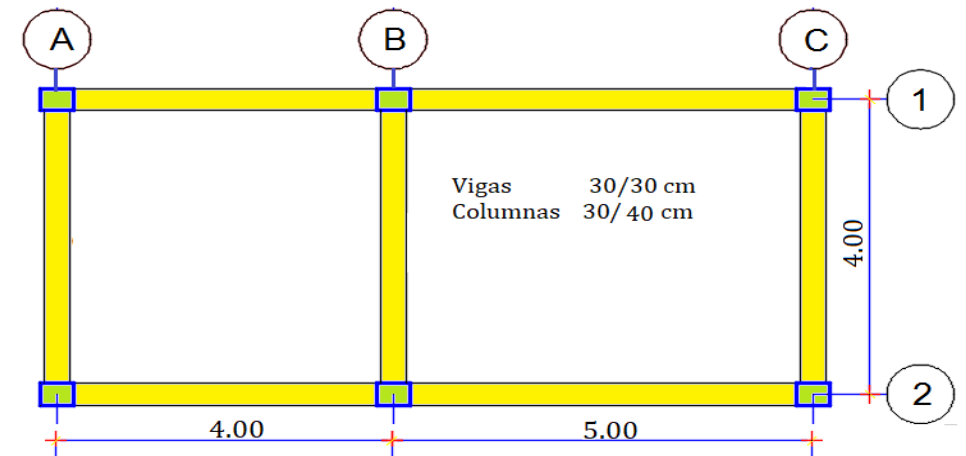
```

$$\mathbf{K_{xx}} = 2 * \begin{bmatrix} 7013.4 & -2762.7 \\ -2762.7 & 1772 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14027 & -5525 \\ -5525 & 3544 \end{bmatrix}$$

```

disp('Matriz de rigidez lateral del Portico 1')
KL_1=KL
disp('Matriz de rigidez lateral final en sentido X')
KLX % Matriz de rigidez lateral del pórtico en X
% Matriz de Masas
D=0.6;L=0.2; Po=D+0.25*L; area=9*4;
m1=Po*area/9.8; m2=m1;
M=mdia(m1,m2);
[T,fi,OM]=orden_eig(KLX,M)
[Ad]=espectros_manta(T)
R=3; %Factor de reduccion de fuerzas sismicas
Ad=Ad/3

```




```

%% Factorios de participacion modal
b=[1;1];
na=2;
for i=1:na
    gama(:,i)=abs(((fi(:,i))'*M*b)/((fi(:,i))'*M*(fi(:,i)))));
end
zeda=0.05;
[qte]=desplazamientos_modales_CQC(T,fi,Ad,gama,na,OM,zeda);
for i=1:na
    qti(i)=R*qte(i);
end
qti
%%%%%%%%
YY=[0;3;6];
qtt=qti(1:np)
[Derv]=deriva(YY,qtt)

```

$$\Gamma_i = \frac{\phi^{(i)t} M b}{\eta} = \frac{\phi^{(i)t} M b}{\phi^{(i)t} M \phi^{(i)}}$$

T =

```

0.2839
0.0758

```

fi =

```

-0.2555    -0.5946
-0.5946     0.2555

```

OM =

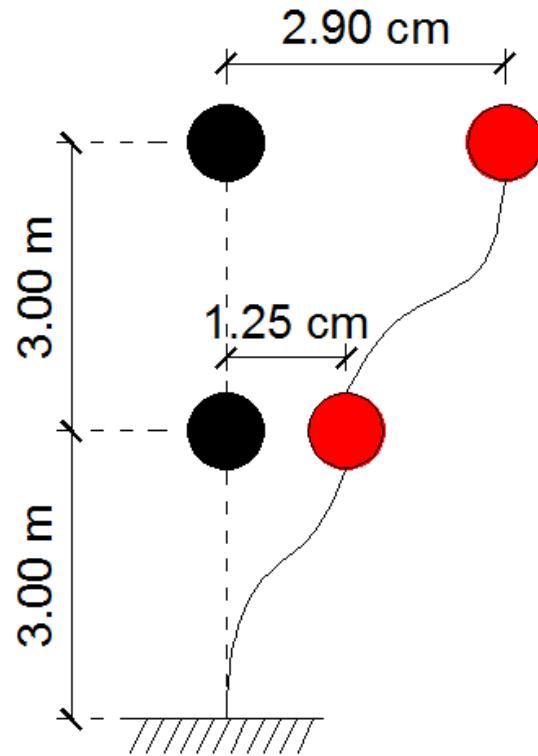
```

22.1309
82.8790

```

Ingrese codigo para registro 1=EW, 2=NS, 3=V: 1

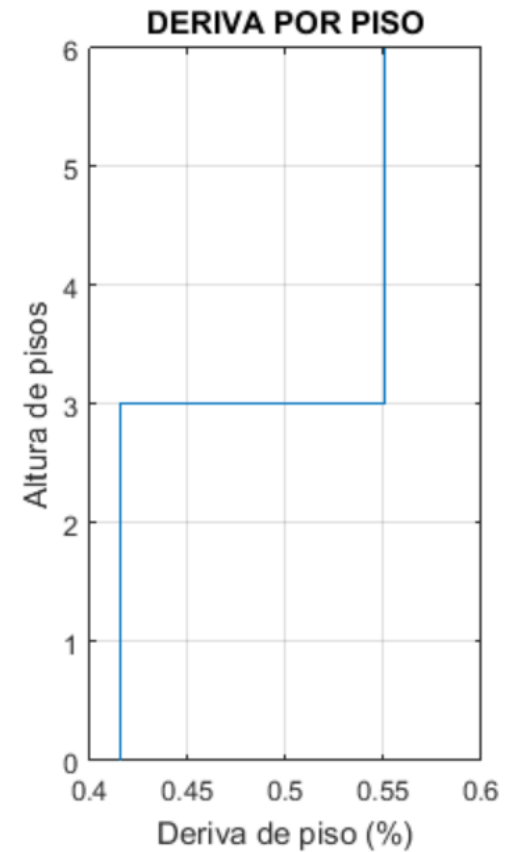
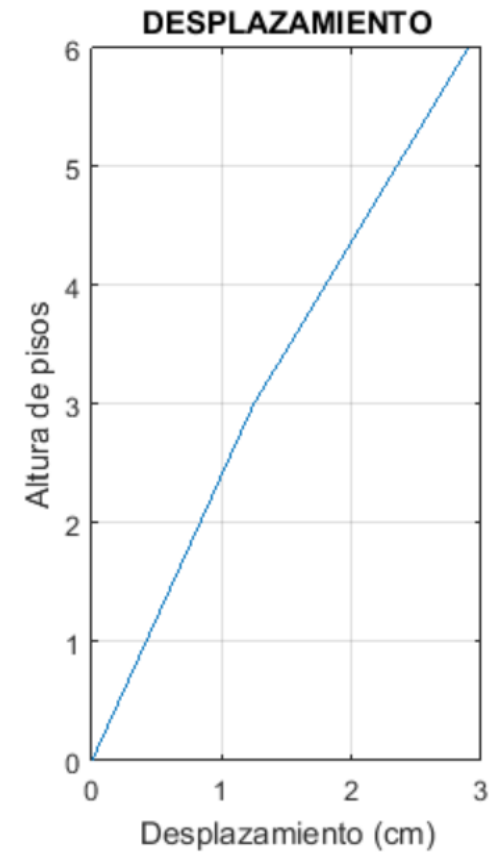
DERIVAS PARA COMPONENTE E-W



$$\gamma_i = \frac{q_i - q_{i-1}}{h_{piso}}$$

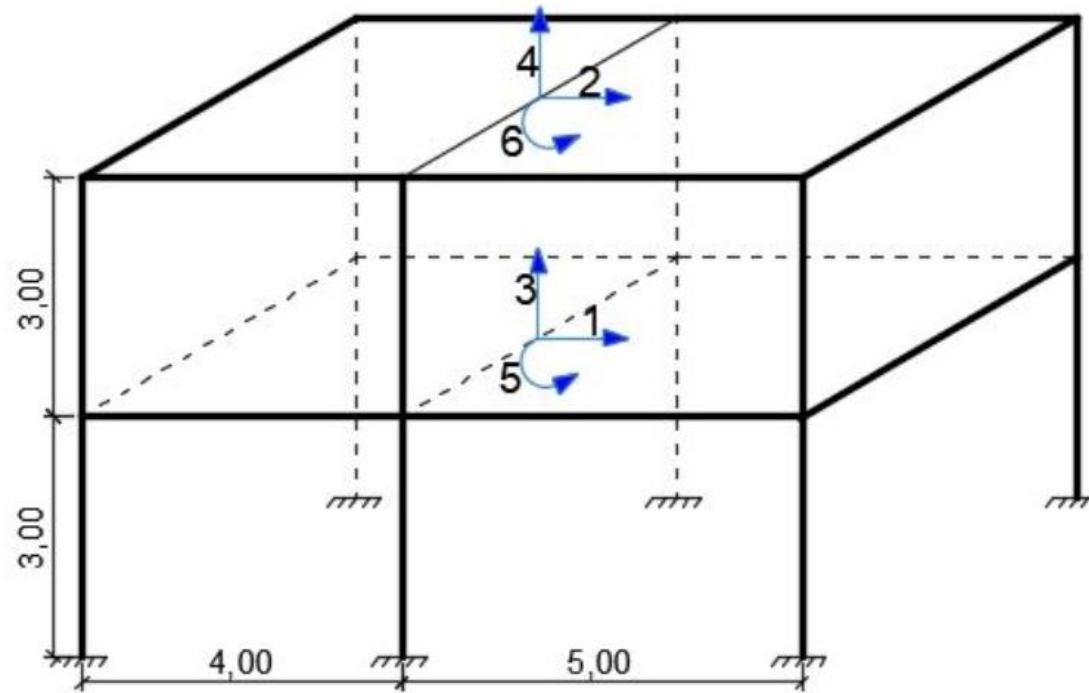
$$\gamma_1 = \frac{1.25 \text{ cm}}{300 \text{ cm}} = \mathbf{0.417\%}$$

$$\frac{(2.90 - 1.25) \text{ cm}}{300 \text{ cm}} = \mathbf{0.55\%}$$

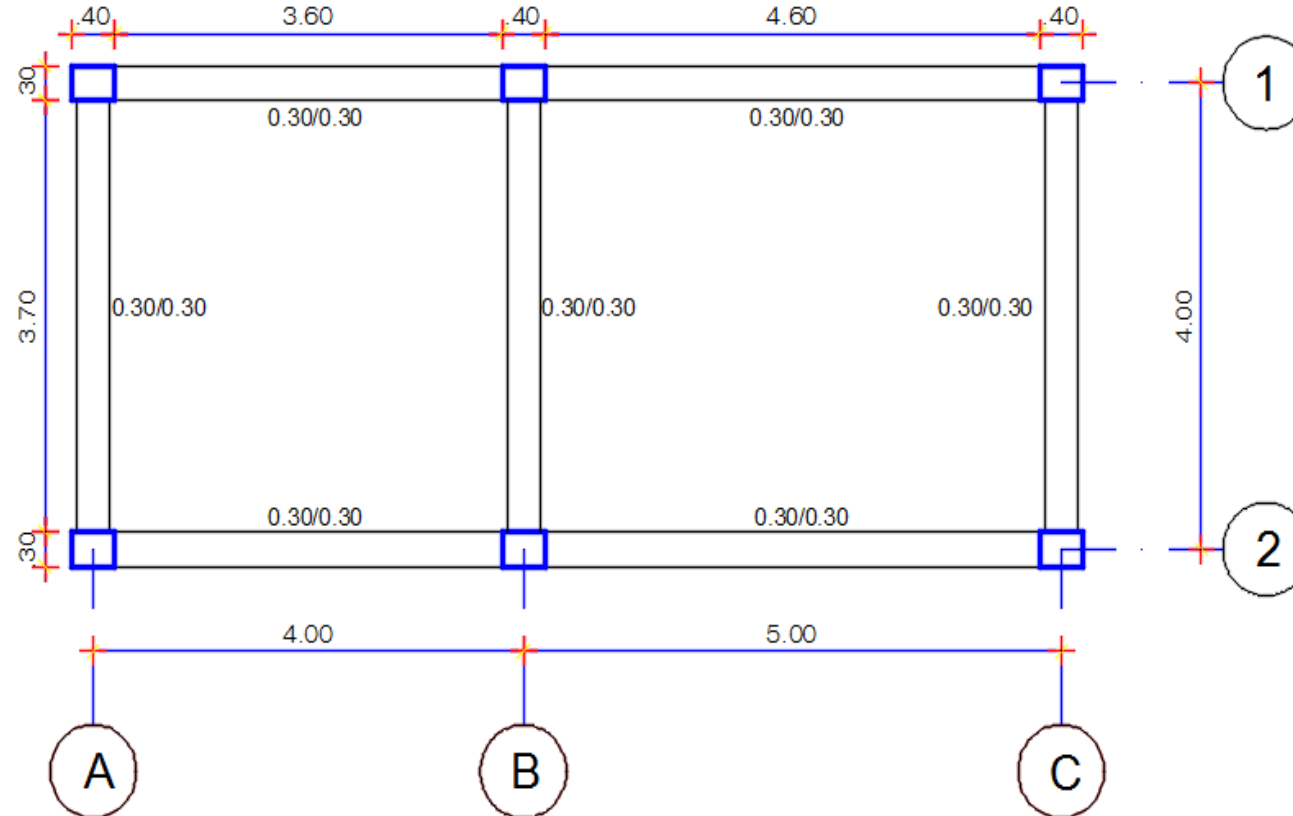


La deriva de piso γ es el mayor valor, que en este caso es **0.55 %**, valor que es menor al **2%** estipulado por el NEC-15.

ANÁLISIS SÍSMICO CON TRES GRADOS DE LIBERTAD POR PISO



Capítulo_12.- Realizar un análisis modal espectral, para una estructura de 2 pisos que tiene dos vanos, cuya distribución en planta es la indicada. La altura de cada entrepiso es de 3.0 m; todas las columnas son de 30/40 cm y las vigas de 30/30 cm. Las cargas verticales son de 600 kg/m² para la carga muerta y 200 kg/m² para la carga viva, es una construcción destinada a vivienda. La acción sísmica está definida por el espectro de la componente E-W, obtenido en la ciudad de Manta del terremoto del 16 de abril de 2016, que tuvo una magnitud de 7.8



Matriz de rigidez sentido X

El cálculo de la matriz de rigidez lateral del Pórtico Plano 1, con un hormigón de $f'_c = 240 \text{ kg/cm}^2$ y el módulo de elasticidad se halla con $E = 15000\sqrt{f'_c} \left(\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}\right)$;

$$\bullet KL = \begin{bmatrix} 7013.4 & -2762.7 \\ -2762.7 & 1772 \end{bmatrix}$$

La matriz de rigidez para el análisis sísmico, \mathbf{K}_{xx} se halla sumando la matriz de rigidez lateral de los pórticos 1 y 2, que son iguales.

$$\bullet KXX = \begin{bmatrix} 14027 & -5525 \\ -5525 & 3544 \end{bmatrix}$$

Matriz de rigidez sentido Y

El cálculo de la matriz de rigidez lateral del Pórtico Plano 1, con un hormigón de $f'_c = 240 \text{ kg/cm}^2$ y el módulo de elasticidad se halla con $E = 15000\sqrt{f'_c} \left(\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}\right)$;

$$\bullet KL = \begin{bmatrix} 2844,5 & -1169,8 \\ -1169,8 & 805,23 \end{bmatrix}$$

La matriz de rigidez para el análisis sísmico, \mathbf{K}_{yy} se halla sumando la matriz de rigidez lateral de los pórticos A, B y C, que son iguales.

$$\bullet K_{yy} = \begin{bmatrix} 8533,4 & -3509,3 \\ -3509,3 & 2415,7 \end{bmatrix}$$

Matriz de Masas

$$m_1 = \frac{(0,600 + 0,25 * 0,200) * 36}{9,8} = 2.3878$$

$$m_1 = m_2 = 2.3878$$

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & & & & & \\ & m_1 & & & & \\ & & m_2 & & & \\ & & & m_2 & & \\ & & & & J_1 & \\ & & & & & J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,38 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 2,38 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 2,38 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 2,38 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 19,281 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 19,281 \end{bmatrix}$$

Matriz de rigidez de la estructura

$$KE = \begin{bmatrix} 14027 & -5525.5 & & & & \\ -5525.5 & 3544.1 & & & & \\ & & 8533.4 & -3509.3 & -1422.2 & 584.88 \\ & & -3509.3 & 2415.7 & 584.88 & -402.61 \\ & & -1422.2 & 584.88 & 172020 & -69770 \\ & & 584.88 & -402.61 & -69770 & 46989 \end{bmatrix}$$

Periodos de vibración

$$T = \begin{bmatrix} 0.33946 \\ 0.28377 \\ 0.21921 \\ 0.096529 \\ 0.075773 \\ 0.061179 \end{bmatrix}$$


```

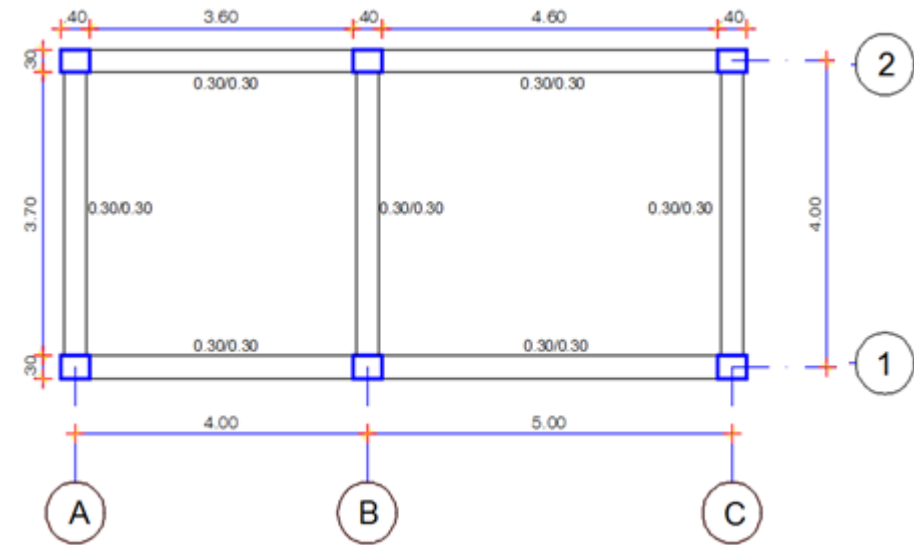
clear all;clc
format short g
%      Dr. Roberto Aguiar
%      22 de julio de 2019

%% Geometría del pórtico
sv =[4;5]; %Ingresar un vector con la longitud de vanos en (metros)
sp =[3;3]; %Ingresar un vector con la altura de pisos en (metros)
CoordY=[0;4]; %Ingresar un vector con las coordenadas de los pórt
%Propiedades del material
fc =240; % La resistencia a la compresión del hormigón f'c (kg/cm
E=150000*sqrt(fc); % Calcula el modulo de elasticidad del hormigón

%% Secciones de los elementos en cada pórtico
Port1=[1 0.30 0.40 5 1;
       7 0.30 0.30 7 1]; % Secciones del Portico 1
% Secciones del Portico 2
VgXZ1=[1 0.30 0.30 5 1];% Vigas XZ del piso 1, es igual para Piso 2
Secciones=[Port1;Port1;
           VgXZ1;VgXZ1];
% Colocar secciones desde el pórtico 1 en XZ hasta el n y luego las vigas en
% sentido XZ de cada piso desde el l hasta el m

% Seccion=[ELEMENTO, BASE, ALTURA, NUMEROS DE ELEMENTOS A CREAR, INCREMENTO EN NUMERO DE ELEMENTO]
%% Emplear las subrutinas para determinar la geometría del pórtico XY y YZ

```



<pre>% Seccion=[ELEMENTO, BASE, ALTURA, NUMEROS DE ELEMENTOS A CREAR, INCREMENTO EN NUMERO DE ELEMENTO]</pre>	
<pre>%% Emplear las subrutinas para determinar la geometría del pórtico XY y YZ [nv,np,nudt,nudcol,nudvg,nod,nr]=geometria_nudo_viga(sv,sp); [X,Y]=glinea_portico2(nv,np,sv,sp,nod,nr); [NI,NJ]=gn_portico2(nr, nv, nudt, nudcol, nudvg);</pre>	
<pre>%% Porticos 3D [X,Y,Z,nvgY,nportz,nodA]=glinea_portico3D(CoordY,nr,np,nv,sp,nod,X,Y); [NI,NJ]=gn_portico3D(nudcol,nudvg,nvgY,nportz,nod,nudt,nodA,NI,NJ); [nnud,nelem,nudtY,nudvgYZ,nudcolYZ,nodY,numPortX,numPortY]=geometria_nudo_vigaYZ(nportz,nr,np,nudt,nvgY,X);</pre>	
<pre>%% Dibujar el modelo dibujo3D(X,Y,Z,NI,NJ);</pre>	
<pre>%% Secciones [ELEMX,ELEMY]=gelem_portico3D(Secciones,numPortX,numPortY,np,nudt,nudvgYZ,nudcol,nelem); KLX=zeros(np,np); KLY=zeros(np,np);</pre>	

```

%% Matriz de Rigidez Lateral en sentido X
for i=1:numPortX
% Datos para calcular la matriz de rigidez lateral "x" en cada paso
[nqli,ELEMXi,Li,senoi,cosenoi,VCi]=Datos_KLx_3D(i,NI,NJ,nudt,nod,nr,ELEMX,X,Z);
% Contribucion de elementos de hormigon
[K]=krigidez(nqli,ELEMXi,Li,senoi,cosenoi,VCi,E);

tit=['Matriz de rigidez lateral en sentido X del pórtico ', num2str(i)];
disp(tit)

% Condensacion de K
na=np;%#gdl por planta, considerar na=np
kaa=K(1:na,1:na);kab=K(1:na,na+1:nqli);
kba=kab';kbb=K(na+1:nqli,na+1:nqli);

% Segunda forma de calculo con un sistema de ecuaciones
T=-kbb\kba;KL=kaa+kab*T

KLXi((i-1)*np+1:i*np,:)=KL %Almacena las matrices de rigidez de los pórticos en X
KLX=KLX+KL; %Sumar la matriz de rigidez de pórticos en X
end
disp('Matriz de rigidez lateral final en sentido X')
KLX % Matriz de rigidez lateral del pórtico en X

```

```

%% Matriz de Rigidez Lateral en sentido Y

for i=1:numPortY

[nqli,ELEMYi,Li,senoi,cosenoi,VCi]=Datos_KLy_3D(i,NI,NJ,nudt,nudtY,nr,nudvgYZ,nudcolYZ,np,numPortY,numPortX,ELEMY,i);

% Contribucion de elementos de hormigon
[K]=krigidez(nqli,ELEMYi,Li,senoi,cosenoi,VCi,E);

tit=['Matriz de rigidez lateral en sentido Y del pórtico ', num2str(i)];
disp(tit)

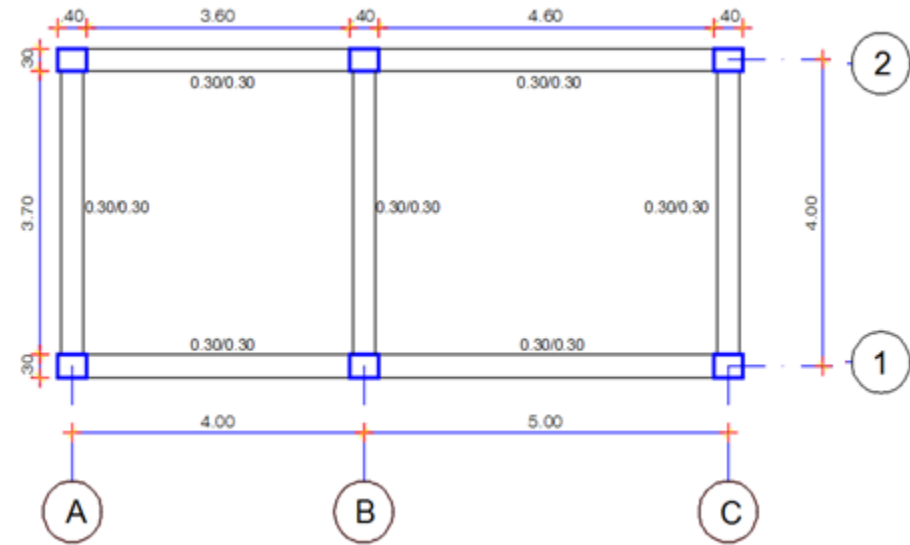
% Condensacion de K
na=np; % #gdl por planta, considerar na=np
kaa=K(1:na,1:na); kab=K(1:na,na+1:nqli);
kba=kab'; kbb=K(na+1:nqli,na+1:nqli);
% Segunda forma de calculo con un sistema de ecuaciones
T=-kbb\kba; KL=kaa+kab*T
KLYi((i-1)*np+1:i*np,:)=KL %Almacena las matrices de rigidez de los pórticos en Y
KLY=KLY+KL; %Sumar la matriz de rigidez de pórticos en Y
end
disp('Matriz de rigidez lateral final en sentido Y')
KLY % Matriz de rigidez lateral del pórtico en Y

```

```

%% Obtener la matriz de rigidez de la estructura 3D con 3gdl por piso
Xcm=X(nr,1)/2;
Ycm=CoordY(end,1)/2;
ntot=numPortX+numPortY;
iejes=numPortX;
table=zeros(ntot,4); %Matriz con 1sa columnas: /NumPort/Sentido/alfa/rPiso
% En la columna de Sentido 1 es para X 2 para Y
o=1;
for i=1:ntot
    if i <= numPortX
        table(i,1)=i;
        table(i,2)=1;
        table(i,3)=0;
        table(i,4)=Ycm-CoordY(i,1);
    else
        table(i,1)=o;
        table(i,2)=2;
        table(i,3)=pi/2;
        table(i,4)=X(o,1)-Xcm;
        o=o+1;
    end
end
r=table(:,4);

```

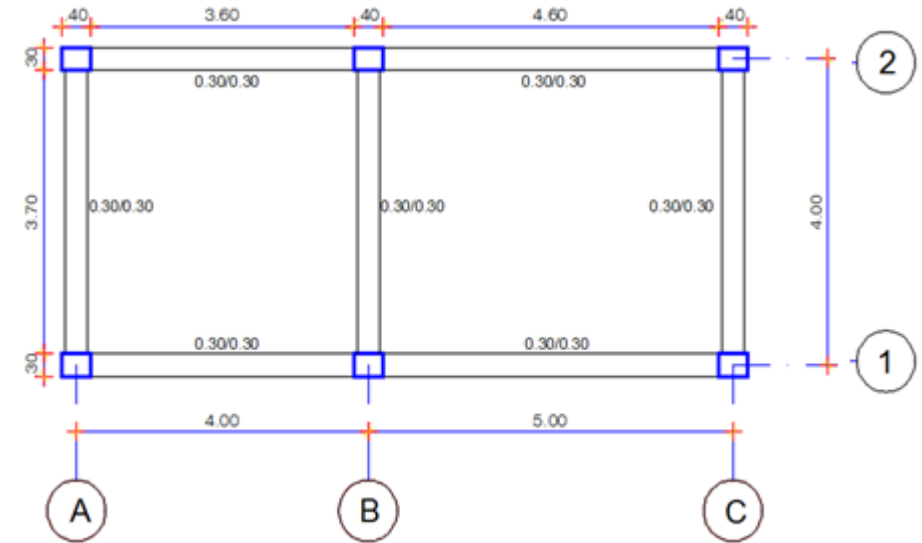
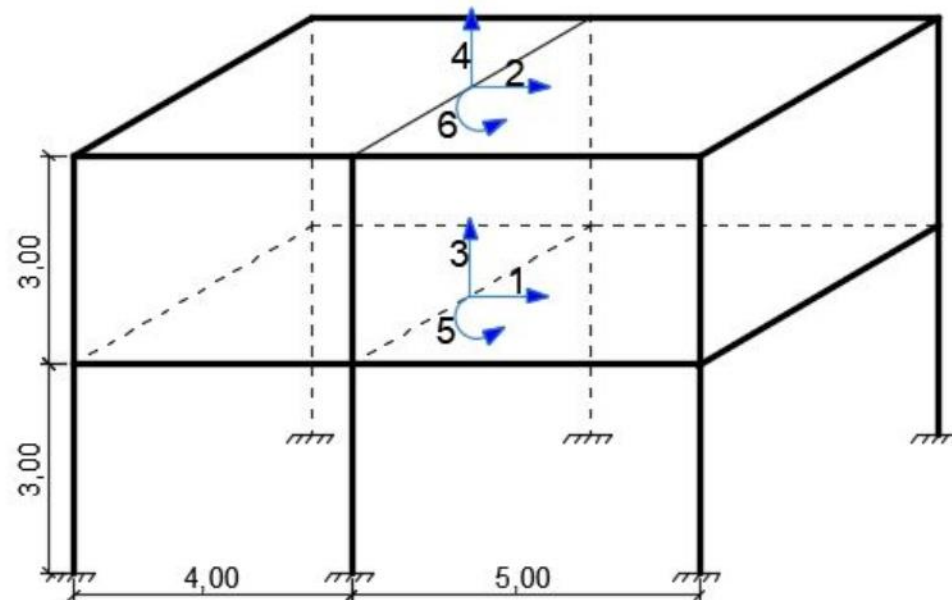


$$r = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -4.5 \\ -0.5 \\ 4.5 \end{bmatrix}$$


```

r=table(:,4);
RT=r; % Esto se debe a que es regular
KLT=[KLXi;KLYi];
ntot=5;iejes=2
% % % % % % % % % % % KE
[KE,rtet,A]=matriz_es(ntot,iejes,np,r,KLT,RT);
KE

```



```

%% Matriz de masas
area=(Xcm*2)*(Ycm*2);
D1=0.6; %Carga muerta T/m2
L1=0.2; %Carga viva T/m2
D2=0.6;L2=0.2;

% % % % % % % %
m1=area*(D1+L1*0.25)/9.81;
J1=m1/12*((Xcm*2)^2+(Ycm*2)^2);
m2=area*(D2+L2*0.25)/9.81;
J2=m2/12*((Xcm*2)^2+(Ycm*2)^2);
ma =[m1;m2;m1;m2;J1;J2];
M=diag(ma) %Colocar las masas de cada piso en una diagonal
[T,fi,OM]=orden_eig(KE,M);
disp('Matriz de rigidez de la estructura en 3D con lgdl por piso')
KE % Matriz de rigidez de la estructura en 3D con 3gdl por piso
disp(' ')
disp('Los periodos de vibración son:')
T % seg

```

```
##### Factores de participacion modal
```

```
bx=[1;1];by=[0;0];bz=[0;0];
```

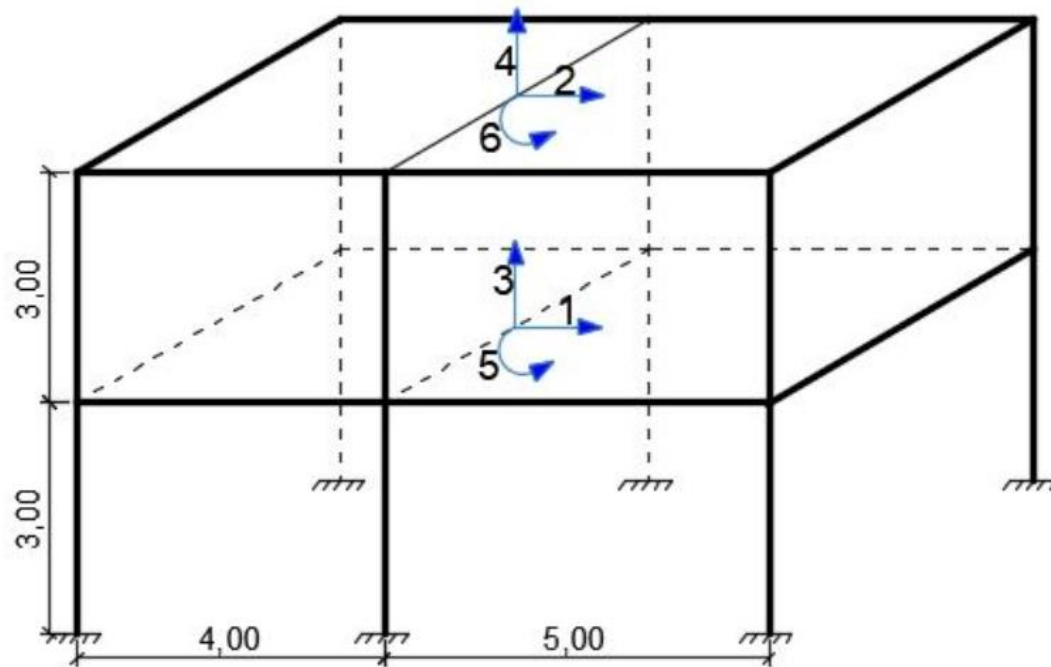
```
b=[bx;by;bz];
```

```
na=6;
```

```
for i=1:na
```

```
    gama(:,i)=abs(((fi(:,i))'*M*b)/((fi(:,i))'*M*(fi(:,i)))));
```

```
end
```



$$\Gamma_i = \frac{\phi^{(i)t} M b}{\eta} = \frac{\phi^{(i)t} M b}{\phi^{(i)t} M \phi^{(i)}}$$


```

zeda=0.05;
R=3;fip=1;fie=1.0;
[Ad]=espectros_manta(T)
Ad=Ad/R;
[qte]=desplazamientos_modales_CQC(T,fi,Ad,gama,na,OM,zeda)

for i=1:na
    qti(i)=R*fip*fie*qte(i);
end
qti
#####
phi=fi;
YY=[0;3;6];
qtt=qti(1:np)
[Derv]=deriva(YY,qtt)

```

$$\ddot{x}_i + 2 \xi W_{ni} \dot{x}_i + W_{ni}^2 x_i = \Gamma_i \ddot{U}_g$$

$$x_i = \left[\frac{T_i}{2\pi} \right]^2 A_{di} \Gamma_i$$

$$q^{(i)} = \left(\frac{T_i}{2\pi} \right)^2 A_{di} \Gamma_i \phi^{(i)}$$

